3.　速度一定領域における応答評価式

文献[2)]では、現行基準により設計された建物の多くが建物の崩壊時に属する速度一定領域におけるベースシア係数 C_B と応答変位 δ、建物の加速度応答スペクトル S_a、応答低減係数 F_h の関係を等価線形化手法により導出している。しかしながら、文献[2)]の応答評価式は、地域係数 Z を 1.0 として評価式を算定しており、地域係数 Z や地盤増幅係数 G_s などの構造因子による式として計算式を提示していない。本章では、エネルギーの釣合に着目し、速度一定領域における応答評価式を誘導した。また、この関係式を用いて、地震時における建物の最大応答変位 δ_{max} に及ぼす構造因子の影響を容易に視認できる応答評価式を提示した。

3.1　エネルギーの釣合による応答評価式

文献[13)]より、(3.1)式～(3.7)式が得られる。(3.1)式は、弾性一質点系の力の釣合式である。

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m\ddot{y}_0 \tag{3.1}$$

$m\ddot{y}$	：慣性力	$c\dot{y}$	：減衰力
ky	：復元力	$m\ddot{y}_0$	：外力

t＝0 で静止する場合、(3.1)式の両辺に$\dot{y}$を乗じ、t で積分すると(3.2)式となる。

$$\int_0^t m\ddot{y}\,\dot{y}dt + \int_0^t c\dot{y}^2 dt + \int_0^t ky\dot{y}dt = \int_0^t (-m\ddot{y}_0)\dot{y}dt \tag{3.2}$$

(3.2)式は(3.3)式で表せる。

$$\frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \frac{1}{2}ky^2 + \int_0^t c\dot{y}^2 dt = \int_0^t (-m\ddot{y}_0)\dot{y}dt \tag{3.3}$$

振動エネルギー$E(t)$は(3.4)式、減衰のした全仕事は(3.5)式、地震動のした全仕事は(3.6)式で表せる。

$$E(t) = \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \frac{1}{2}ky^2 \tag{3.4}$$

$$D(t) = \int_0^t c\dot{y}^2 dt \tag{3.5}$$

$$L(t) = \int_0^t (-m\ddot{y}_0)\dot{y}dt \tag{3.6}$$

地震が終了し、応答が十分に減衰した後では、振動エネルギー$E(t)$は 0 に近づき、地震動のした全仕事 $L(t)$は減衰のした全仕事 $D(t)$に等しくなる。

振動エネルギー$E(t)$の最大値は建物の変位応答スペクトル S_d と建物の速度応答スペクトル S_v を用いて、近似的に(3.7)式となる。

$$E(t)_{max} \approx \frac{1}{2}kS_d^2 = \frac{1}{2}mS_v^2 \tag{3.7}$$

S_d　：建物の変位応答スペクトル
S_v　：建物の速度応答スペクトル

図 3.1 に建物の等価剛性 K_e により応答する系の荷重 Q と変形 δ の関係を示す。図 3.1 のように応答する建物の変位応答スペクトル S_d、速度応答スペクトル S_v は疑似的に(3.8)式、(3.9)式の関係がある [13)]。

$$S_d = \delta_{max} \tag{3.8}$$
$$S_v = \omega \cdot S_d \approx V_{max} \tag{3.9}$$

δ_{max}　：建物の最大応答変位
V_{max}　：建物の最大応答速度
ω　：建物の固有円振動数

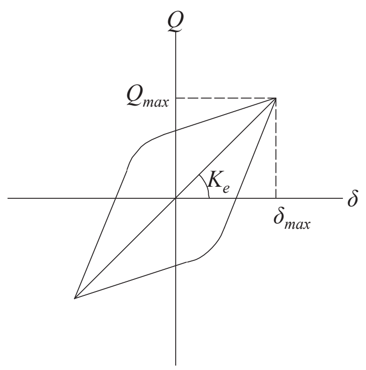

図 3.1　建物の等価剛性 K_e により応答する系の Q－δ 関係

(3.8)式、(3.9)式を(3.7)式に代入し、k＝建物の等価剛性 K_e、m＝建物の等価質量 M_u とすると(3.10)式となる。

$$K_e \delta_{max}^2 = M_u V_{max}^2 \tag{3.10}$$

図 3.1 より、(3.11)式の関係が得られる。

$$Q_{max} = K_e \delta_{max} = C_B \cdot \mathrm{g} \cdot M_u \tag{3.11}$$

(3.11)式を(3.10)式に代入すると、(3.12)式となる。

$$C_B \cdot \delta_{max} = \frac{V_{max}^2}{\mathrm{g}} \tag{3.12}$$

なお、(3.12)式の関係は、建物の加速度応答スペクトル S_a、変位応答スペクトル S_d の関係からも以下のように導ける。

文献[13)]より、建物の変位応答スペクトル S_d、速度応答スペクトル S_v、加速度応答スペクトル S_a は疑似的に(3.8)式、(3.13)式、(3.14)式で表せる。

$$S_v = \omega \cdot S_d = \omega \cdot \delta_{max} \approx V_{max} \tag{3.13}$$

$$S_a = \omega^2 \cdot S_d = \omega^2 \cdot \delta_{max} \approx \alpha_{max} \tag{3.14}$$

S_a ：建物の加速度応答スペクトル

α_{max} ：建物の最大応答加速度

図 3.1 より、(3.11)式の関係は(3.15)式で表せる。

$$Q_{max} = C_B \cdot \mathrm{g} \cdot M_u = M_u \cdot \alpha_{max} \tag{3.15}$$

(3.15)式に(3.13)式、(3.14)式を代入すると(3.16)式となり、(3.12)式と一致する。

$$C_B \cdot \delta_{max} = \frac{V_{max}^2}{\mathrm{g}} \tag{3.16}$$

(3.12)式、(3.16)式より、速度一定領域においては、建物の最大応答速度 V_{max} は一定となることから、ベースシア係数 C_B と建物の最大応答変位 δ_{max} の積は一定となる。

3.2　限界耐力計算による応答評価式

限界耐力計算の大地震時における地表面での加速度応答スペクトル S_a は(2.9)式～(2.12)式で与えられる。

(3.13)式、(3.14)式より、解放工学的基盤の加速度応答スペクトル S_{0a} と解放工学的基盤の速度応答スペクトル S_{0v} の関係は、(3.17)式で表せる。また、(3.17)式は建物の等価周期 T_e を用いて、(3.18)式となる。

$$S_{0v} = \frac{S_{0a}}{\omega} \tag{3.17}$$

$$S_{0v} = S_{0a}\frac{T_e}{2\pi} \tag{3.18}$$

速度一定領域における解放工学的基盤の加速度応答スペクトル S_{0a} は、(2.12)式となるため、速度一定領域における解放工学的基盤の速度応答スペクトルは(3.19)式となる。

$$S_{0v} = \frac{5.12}{T_e}\cdot\frac{T_e}{2\pi} = 0.815(m/s) \tag{3.19}$$

また、文献[3)]よりベースシア係数 C_B と加速度応答スペクトル S_a の関係は(3.20)式で表せる。

$$C_B = \frac{S_a \cdot F_h}{\mathrm{g}} \tag{3.20}$$

F_h　：応答低減係数

(3.15)式より、(3.20)式は建物の最大応答加速度 α_{max} を用いて、(3.21)式で表せる。

$$\alpha_{max} = S_a \cdot F_h \tag{3.21}$$

(2.9)式、(3.13)式、(3.14)式、(3.17)式、(3.21)式より、建物の最大応答速度 V_{max} は(3.22)式となる。

$$V_{max} = \frac{\alpha_{max}}{\omega} = Z\cdot\frac{S_{0a}}{\omega}\cdot G_s\cdot F_h = Z\cdot S_{0v}\cdot G_s\cdot F_h \tag{3.22}$$

(3.22)式に(3.19)式を代入すると、(3.23)式となる。

$$V_{max} = 0.815 \cdot Z \cdot G_s \cdot F_h \tag{3.23}$$

(3.12)式((3.16)式)に(3.23)式を代入すると、速度一定領域での建物の強度と応答の基本的関係を表す(3.24)式が得られる。

$$C_B = \frac{0.068 \cdot Z^2 \cdot G_s^2 \cdot F_h^2}{\delta_{max}} \tag{3.24}$$

(3.24)式より、速度一定領域における建物のベースシア係数 C_B は、地域係数 Z、地盤増幅係数 G_s、応答低減係数 F_h の 2 乗に比例し、建物が許容しうる最大変形 δ_{max} に反比例することがわかる。なお、(3.24)式のように、地域係数 Z、地盤増幅係数 G_s、応答低減係数 F_h の影響を視認できる形で示すことは耐震を理解する上で重要な事項と言える。

また、上記の基本応答評価式は既往の研究とは異なり、地域係数 Z、地盤増幅係数 G_s をパラメータとして明示的に誘導していることから、任意の地域係数 Z の値に適応しうる他、地盤増幅係数 G_s を SHAKE などの詳細な方法により求めた場合にも適用しうる。